

“Año de la Unión Nacional Frente a la Crisis Eterna”

UNIVERSIDAD NACIONAL MAYOR DE SAN MARCOS

(Universidad del Perú, DECANA DE AMÉRICA)

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS



E.A.P. DE ECONOMÍA

IMPACTO E IMPORTANCIA DE LA IDENTIDAD DE ROY Y EL LEMA DE SHEPHARD EN LA TEORÍA DEL CONSUMIDOR

CURSO : MICROECONOMÍA AVANZADA

PROFESOR : GUILLERMO PEREYRA

INTEGRANTES : AVALOS CALLENOVA RENATO

PAREDES CALVET ALFREDO

MALPICA QUISPE LISSETH

TALAVERANO ROBLES YIA

LUCERO ZEVALLOS JACKELYNE

CICLO : V

AULA : 215

Ciudad Universitaria, ***del 2010***

IMPORTANCIA E IMPACTO DE LA IDENTIDAD DE ROY Y EL LEMA DE SHEPARD EN EL PROBLEMA PRIMAL Y DUAL APLICADO A LA TEORIA DEL CONSUMIDOR

En el presente trabajo tenemos como objetivo explicar, a través de la maximización de la utilidad y la minimización del gasto, la importancia e impacto de la Identidad de Roy y el Lema de Shepard.

Empezaremos definiendo la identidad de Roy la cual nos da a conocer cuánto debemos adquirir de un bien teniendo en cuenta cómo varía nuestro bienestar conociendo los precios de todos los bienes posibles a consumir (IPC) y los ingresos, ante cambios que ocurren en el precio del bien antes mencionado.

Mientras que el lema de Shepard nos da a conocer la demanda compensada de un bien (se denomina de esta manera, ya que ante variaciones en los precios del bien, se compensa al consumidor alterando su ingreso para que de esta forma mantenga el mismo bienestar que tenía antes de los cambios en los precios), teniendo en cuenta las variaciones en el gasto mínimo ante las variaciones en el precio de dicho bien.

Para llegar a la identidad de Roy partimos del problema primal, con el cual llegamos a las demandas marshallianas, la cual es una función que asigna para cada precio e ingreso una cantidad consumida la cual maximiza su bienestar. Con esta demanda llegamos a nuestra función de utilidad indirecta (F.U.I), que indica el máximo nivel de utilidad obtenible dado los precios de los bienes y los ingresos.

Para llegar al lema de Shepard, partimos del problema dual, con el cual llegamos a la demanda compensada la cual será igual a nuestra demanda marshalliana. Con esto llegamos a nuestra función de gasto mínimo, esta nos indica el gasto mínimo al que se puede alcanzar el nivel de bienestar a los precios dados.

La importancia de estas identidades radica en que ya no es necesario el realizar nuevamente un proceso de maximización o minimización, sino que con solo tener nuestro bienestar o nuestro nivel de gasto mínimo podemos llegar a nuestro consumo óptimo.

Con un ejemplo quizá podamos entender mejor como actúa una persona optimizando su cantidad de consumo o cantidad demandada (sea por el método de maximización de utilidad o minimización de gasto sujetos a sus respectivas restricciones)

¿Cuál será el consumo del estudiante?

Un estudiante de economía decide comer en la cafetería de la facultad en donde encuentra hay diferentes platillos a diferentes precios.

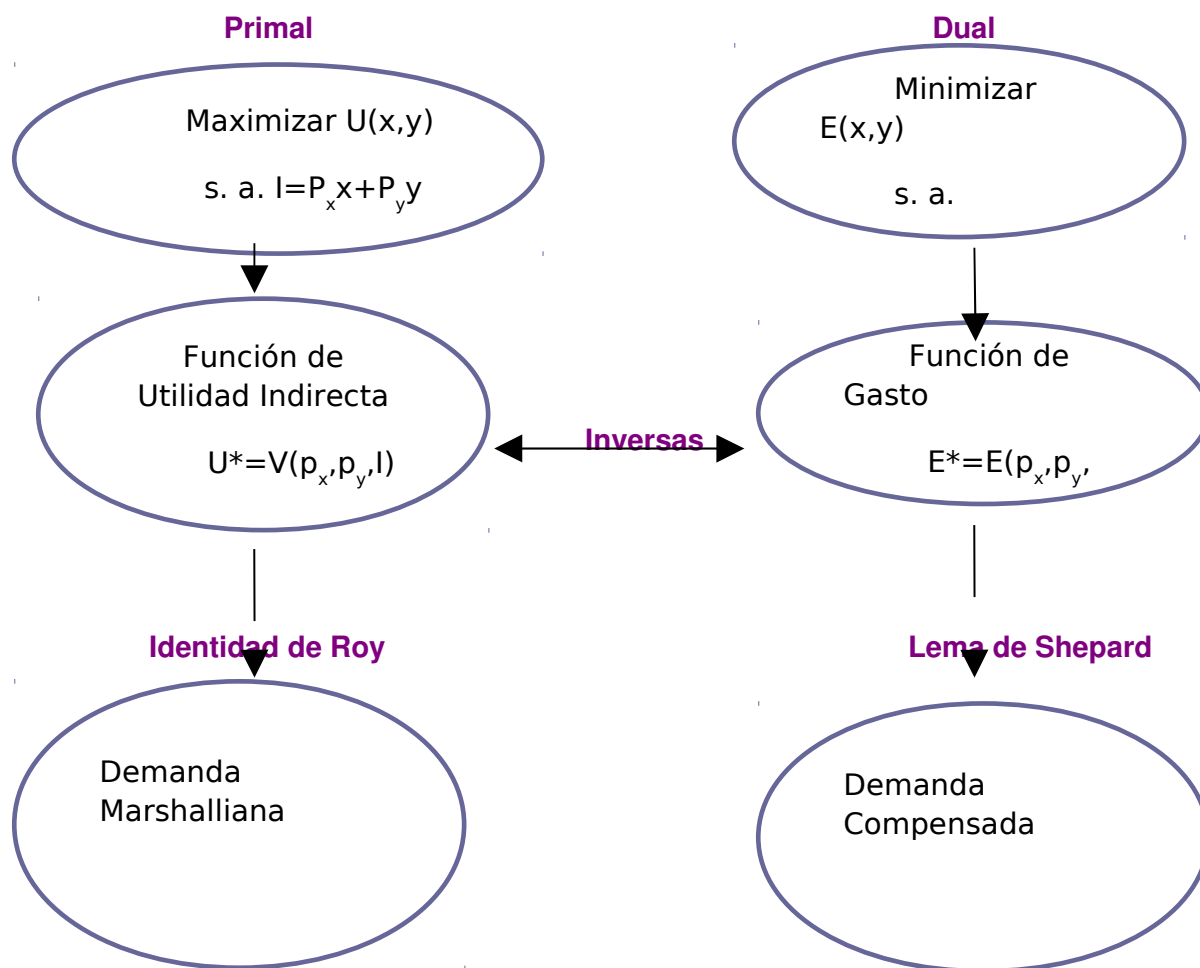
1*El estudiante tiene 8 soles en su bolsillo, los cuales serán utilizados para consumir en la cafetería la cual tiene la siguiente lista: (Lomo Saltado a S/.9.0, Puré con pollo al horno a S/.8.0, Arroz con pollo + refresco a S/. 8.0 y vaso de refresco a S/ 0.5)

2*El estudiante tiene la misma lista de platos y sus mismos precios pero ahora el decide comer pollo y tomar refresco.

-Se puede ver que en el primer caso el estudiante tiene un ingreso y los precios, lo que llevara a optimizar su consumo por el lado de una maximización de su utilidad. Él escogerá consumir Arroz con pollo + refresco a S/ 8.0 debido a que máx. su utilidad porque el lomo saltado queda descartado por ser inaccesible por su precio mayor a la restricción mientras que el puré con pollo al horno será descartado por no venir acompañado de refresco ya que es mejor tomar refresco a no tomar refresco.

-por otro lado tenemos la situación en que conocemos su preferencia de querer comer pollo es decir indirectamente conocemos que su utilidad esta dada por comer pollo y por tanto quedara descartado el lomo saltado, mientras que por gastos si contamos que el arroz con pollo viene con refresco a 8 soles y el puré con pollo al horno con refresco a 8.5 soles entonces si estos me brindan la misma utilidad pero elegirá como en el caso anterior el arroz con pollo mas refresco porque su gasto será menor.

MAPA MENTAL : RELACION ENTRE CONCEPTOS



ANEXO

Identidad de Roy

Para entender la Identidad de Roy tenemos que empezar buscando el Primal del consumidor, el cual consiste en tener una función objetivo y una restricción, que en nuestro caso es una restricción presupuestaria, y de ahí poder encontrar la función de utilidad indirecta del consumidor en función de los precios e ingreso. Y siguiendo estos pasos vamos, en forma de validez de la Identidad de Roy, que las ecuaciones de Demanda Marshalliana que se hallan siguiendo los pasos del Primal son los mismos que se hallan cuando se usa la Identidad de Roy directamente.

Primal

El objetivo es Maximizar la Utilidad del Consumidor:

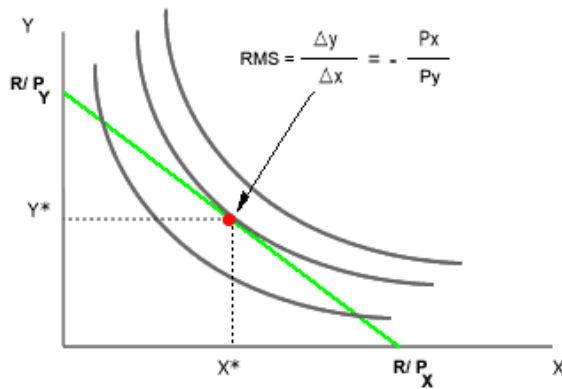
Max $U(x,y)$...Función Objetivo

Y esta maximización está sujeta a la cantidad de dinero o el ingreso que tiene el consumidor, ósea en ese momento se presenta una restricción, la cual llamaremos restricción presupuestaria:

$$I = P_x x + P_y y$$

Figura 1

www.econlink.com.ar



Entonces teniendo esto, vamos a resolver el problema que tiene el consumidor, maximizar su utilidad sujeta a su ingreso (restricción presupuestaria) ya dicha anteriormente:

$$Z = U(x, y) + \lambda [I - P_x x - P_y y]$$

$$\frac{dZ}{dx} = \frac{dZ}{dy} = \frac{dZ}{d\lambda} = 0$$

Derivando, obtenemos las condiciones de Primer Orden:

$$UM_g x = \frac{UM_g x}{P_x} = \frac{UM_g y}{P_y} = \lambda \dots (1)$$

$$I = P_x x + P_y y \dots (2)$$

De (1) y (2), se obtiene:

$$x_m = x_m(P_x, P_y, I)$$

$$y_m = y_m(P_x, P_y, I)$$

Las dos ecuaciones de arriba son las ecuaciones de Demanda Marshaliana, tanto del bien x como del bien y.

Luego reemplazamos x e y en la función objetivo ($U(x, y)$):

$$U = U[x_m(P_x, P_y, I), y_m(P_x, P_y, I)]$$

$$U = V(P_x, P_y, I) \dots \text{Función de Utilidad Indirecta}$$

Esta última función expresa a una función indirecta en función de los precios e ingreso para el consumidor.

Aplicación de la Identidad de Roy

Aplicando la Identidad de Roy para verificar la validez de esta identidad:

$$x_m = - \frac{\frac{dV}{dP_x}}{\frac{dV}{dI}} = x_m(P_x, P_y, I)$$

Ya con ejemplos posteriores aclararemos la idea de la Identidad de Roy.

Lema de Shepard

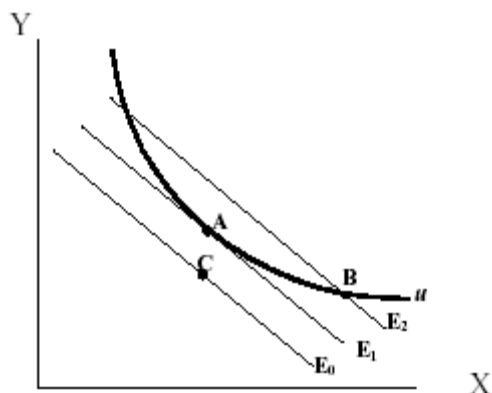
La tasa de variación del gasto mínimo para alcanzar un nivel dado de utilidad ante variaciones en el precio de un bien coincide con la cantidad demandada de dicho bien en el óptimo de minimización; es decir, con su demanda compensada de Hicks.

Las mediciones a través del Lema de Shephard sólo son fiables para pequeñas variaciones en el precio.

DUAL

El dual del problema de maximización del bienestar del consumidor es alcanzar un determinado nivel de utilidad (u) con el menor gasto posible.

El Consumidor minimiza gasto s.a. $U(x,y)$



La canasta A consigue el nivel de utilidad al menor gasto, la B también consigue ese nivel de utilidad pero con un nivel de gasto mayor. La canasta C tiene un gasto menor pero no consigue el nivel de utilidad deseado.

Utilizando Lagrange

$$Z(x,y)=P_x \cdot x + P_y \cdot y + \lambda [U - U(x,y)]$$

Derivando, obtenemos las condiciones de Primer Orden:

$$\frac{\partial Z}{\partial x} = 0 \quad \frac{\partial Z}{\partial y} = 0$$

Obtenemos las ecuaciones de Demanda Compensada

$$X_h = X_h(P_x, P_y, U)$$

$$Y_h = Y_h(P_x, P_y, U)$$

Luego X e Y se reemplaza en la función objetivo:

$$\text{Gasto} = e = P_x \cdot X_h(P_x, P_y, U) + P_y \cdot Y_h(P_x, P_y, U)$$

$$E = e(P_x, P_y, U)$$

Por lo tanto obtenemos la función de Gasto, respecto a los precios y la utilidad.

APLICACIÓN DEL PROBLEMA PRIMAL Y LA IDENTIDAD DE ROY

Teniendo en cuenta la siguiente función de utilidad $U = 4x^{1/2} \cdot y^{1/2}$, resolver lo que se pide a continuación:

- Función demanda ordinaria (F.U.I y gasto mínimo)
- Halle la función de Demanda compensada F G H. F.U.I
- Halle el valor de la Utilidad directa e indirecta para un ingreso de

$$I_0 = 400$$

$$P_x = 10$$

$$P_y = 5$$

d) Verifique la validez de la identidad de Roy.

Resolución:

a) Primal: Consumidor maximiza utilidad sujeto a la recta de presupuesto.

$$Z = 4x^{1/2} y^{1/2} + \lambda [I - p_x X - P_y y]$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{dz}{dx} &= 2x^{-1/2} y^{1/2} - \lambda P_x = 0 \\ \frac{dz}{dy} &= 2x^{1/2} y^{-1/2} - \lambda P_y = 0 \end{aligned} \right\} Y/X = P_x/P_y$$

$$\frac{dZ}{dN} = I - P_x X - P_y Y = 0$$

$$I = P_x X + P_y [P_x X / P_y]$$

$$X_m = I / 2P_x$$

$$Y_m = I / 2P_y$$

X e Y en función objetivo:

$$U = 4 (I / 2P_x)^{1/2} \cdot (I / 2P_y)^{1/2}$$

$$V = \frac{2I}{P_x^{1/2} P_y^{1/2}} \quad \text{F.U.I}$$

c) U=? V=?

Si I= 400, P_x= 10, P_y= 5

$$X_0 = \frac{I}{2P_x} = \frac{400}{2(10)} = 20$$

$$Y_0 = \frac{I}{2P_y} = \frac{400}{2(5)} = 40$$

$$U_0 = 4(20)^{1/2} (40)^{1/2} = 80\sqrt{2}$$

$$V = \frac{2I}{2P_x^{1/2} P_y^{1/2}}$$

$$V = \frac{2(400)}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{5}}$$

$$V = \frac{800\sqrt{50}}{50}$$

$$V = 80\sqrt{2}$$

d) ROY:

$$X_m = \frac{-dV}{dP_x} \bigg/ \frac{dV}{dI} = \frac{1 P_x^{-3/2} \cdot P_y^{-1/2}}{2 P_x^{-1/2} P_y^{-1/2}}$$

$$V = 2I P_x^{-1/2} \cdot P_y^{-1/2}$$

$$X_m = \frac{1}{2P_x} \Rightarrow \text{E. ingreso} = 1, \text{ bien normal.}$$

APLICACIÓN DEL PROBLEMA DUAL Y EL LEMA DE SHEPARD

Tomando en cuenta la función de utilidad del ejercicio anterior $U = 4x^{1/2}y^{1/2}$ vamos a resolver el problema dual en la teoría del consumidor:

$$\text{Min } P_x X + P_y Y \quad \text{s.a.} \quad U_0 = 4X^{1/2}Y^{1/2}$$

$$Z = P_x X + P_y Y + \lambda (U - 4X^{1/2}Y^{1/2})$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial Z}{\partial X} &= P_x - \lambda 2X^{-1/2}Y^{1/2} = 0 \\ \frac{\partial Z}{\partial Y} &= P_y - \lambda 2X^{1/2}Y^{-1/2} = 0 \end{aligned} \right\} \quad \frac{P_x}{P_y} = \frac{Y}{X} \rightarrow Y = \frac{P_x X}{P_y} \quad (1)$$

$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} = U - 4X^{1/2}Y^{1/2} = 0 \quad (2)$$

Reemplazando (1) en (2) tenemos:

$$U = 4X^{1/2} \left[\frac{P_x X}{P_y} \right]^{1/2}$$

Despejamos X y obtenemos la **función de Demanda Compensada para el bien X**:

$$X_H = P_Y^{1/2} P_X^{-1/2} \frac{U}{4}$$

De manera análoga la **función de demanda compensada para el bien Y** es:

$$Y_H = P_X^{1/2} P_Y^{-1/2} \frac{U}{4}$$

Reemplazando las funciones de demanda compensada en la función objetivo obtenemos la **Función de Gasto mínimo**:

$$e = P_X \left[P_Y^{1/2} P_X^{-1/2} \frac{U}{4} \right] + P_Y \left[P_X^{1/2} P_Y^{-1/2} \frac{U}{4} \right]$$

haciendo $U = V$

$$e = \frac{V}{2} P_X^{1/2} P_Y^{1/2} \quad \text{Función de gasto mínimo}$$

Con la función inversa del gasto mínimo y tomando en cuenta que $e=I$ obtenemos la **Función de Utilidad Indirecta**

$$V = \frac{2I}{P_X^{1/2} P_Y^{1/2}}$$

Verificando la validez del lema de Shepard

$$X_H = \frac{\partial e}{\partial P_X}$$

Teniendo en cuenta que:

$$e = \frac{V}{2} P_X^{1/2} P_Y^{1/2}$$

Aplicando el lema de Shepard obtenemos:

$$X_H = \frac{V}{4} P_X^{-1/2} P_Y^{1/2}$$

Hallar el valor de la utilidad indirecta, el gasto mínimo y la demanda compensada para un ingreso de 400 $P_X = 10$ y $P_Y = 5$

$$V = \frac{2(400)}{10^{1/2} 5^{1/2}} = 113.14$$

$$e = \frac{113.14}{2} 10^{1/2} 5^{1/2} = 400.01$$

$$X_H = 5^{1/2} 10^{-1/2} \frac{113.14}{4} = 20$$

$$Y_H = 10^{1/2} 5^{-1/2} \frac{113.14}{4} = 40$$

Bibliografías

- **Varian, R. Hal, Análisis Microeconómico**
- **Nicholson, Walter. Microeconomía intermedia.**
- http://es.wikipedia.org/wiki/Funci%C3%B3n_de_utilidad
- <http://e-archivo.uc3m.es/handle/10016/2549>
- http://economia.freehostia.com/index.php?option=com_content&view=article&id=56&Itemid=57
- http://www.microeconomia.org/documentos_new/Tema03.pdf

- http://www.microeconomia.org/documentos_new/consumidor2.PDF
- Felipe Zurita y Bernardita Vial - *Microeconomía intermedia*